Bedingte Wahrscheinlichkeit
Übung

1. Gegeben ist folgende Vierfeldertafel mit den Wahrscheinlichkeiten zu den Ereignissen A und B.

P	A	$\overline{A}$	Summe
B	0,15	0,20	0,35
$\overline{B}$	0,25	0,40	0,65
Summe	0,40	0,60	1,00

   Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeiten

   - $P(\overline{A} \cap B)$
   - $P(\overline{B})$
   - $P(A \cup \overline{B})$
   - $P_A(B)$
   - $P_{\overline{B}}(A)$

2. Von zwei Ereignissen ist bekannt:

   - $P(A) = 0{,}3$
   - $P(B) = 0{,}4$
   - $P(A \cup B) = 0{,}6$

   Berechnen Sie $P(\overline{A})$, $P(A \cap B)$ und $P_B(A)$.

3. Ein neu entwickelter Impfstoff soll anhand von 600 Probanden getestet werden. Aus der Kontrollgruppe von 200 Personen, die ein Placebo erhält, erkranken 80 Personen. 220 der Geimpften bleiben gesund. Entscheiden Sie durch geeignete Rechnung, ob die Impfung einen positiven Einfluss auf die Erkrankung hat.

Bedingte Wahrscheinlichkeit
Lösung

1.
- $P(\overline{A} \cap B) = 0{,}20$
- $P(\overline{B}) = 0{,}65$
- $P(A \cup \overline{B}) = 0{,}80$
- $P_A(B) = \frac{0{,}15}{0{,}35} = \frac{3}{7} \approx 42{,}9\%$
- $P_{\overline{B}}(A) = \frac{0{,}25}{0{,}65} = \frac{5}{13} \approx 38{,}5\%$

2.
- $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 0{,}7$
- $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0{,}1$ nach dem Satz von Sylvester.
- $P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}1}{0{,}4} = 25\%$

3. Zu den Ereignissen I: „geeimpft" und K: „erkrankt" kann folgende Vierfeldertafel erstellt werden.

P	I	$\overline{I}$	Summe
K	$\frac{180}{600}$	$\frac{80}{600}$	$\frac{260}{600}$
K	$\frac{220}{600}$	$\frac{120}{600}$	$\frac{340}{600}$
Summe	$\frac{400}{600}$	$\frac{200}{600}$	$\frac{600}{600} = 1$

Der Anteil der Erkrankten unter den Geimpften beträgt $P_I(K) = \frac{P(I \cap K)}{P(I)} = \frac{180}{400} = 45\%$.

Der Anteil der Erkrankten unter der Kontrollgruppe beträgt $P_{\overline{I}}(K) = \frac{P(\overline{I} \cap K)}{P(\overline{I})} = \frac{80}{200} = 40\%$.

Bei den Geimpften erkrankt daher sogar ein noch größerer Anteil, die Impfung hat keinen positiven Einfluss auf die Erkrankung.